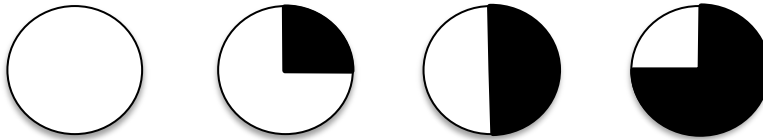


Tehtävä 1.

Mikä neljästä numeroidusta kuvioista jatkaa alkuperäistä kuviosarjaa? Perustele lyhyesti

a)

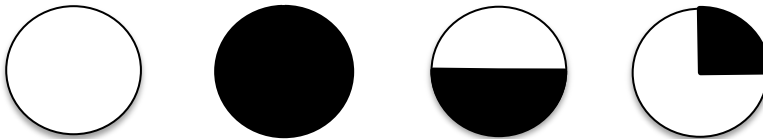


1

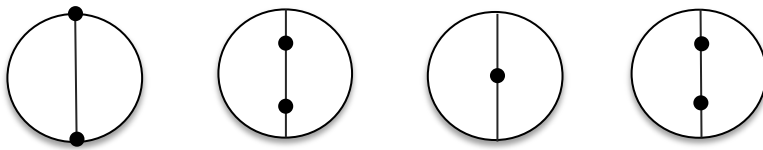
2

3

4



b)

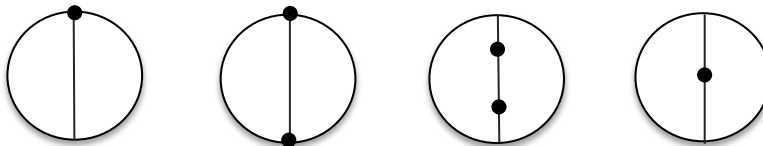


1

2

3

4



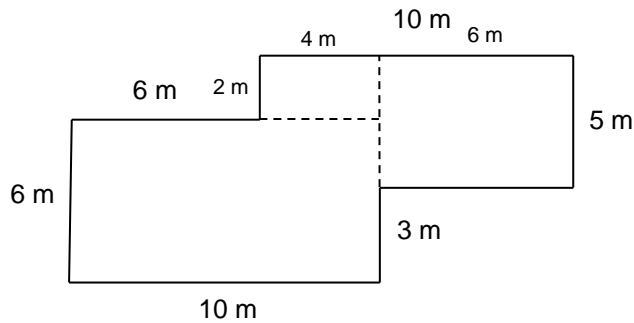
Ratkaisut:

- a) - kuvio 2, annetaan 1,5 p
- ympyrä "täyttyy" neljänneksen kerrallaan, annetaan 1,5 p
- b) - kuvio 2, annetaan 1,5 p
- kumpikin piste liikkuu neljänneksen halkaisijan pituudesta kerrallaan vastakkaisiin suuntiin, annetaan 1,5 p

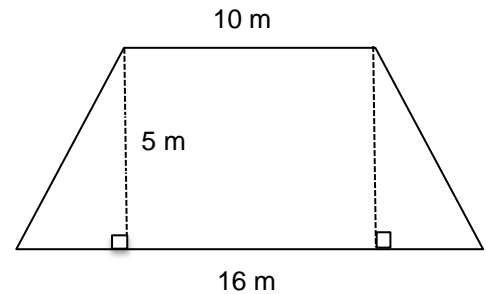
Tehtävä 2.

Puistossa on kaksi oheisen muotoista kukkaistutusta. Laske kukkaistutusten pinta-alat. Ensimmäinen alue muodostuu suorakaiteista ja toinen alue on tasakylkinen puolisuunnikas (erisuuntaiset sivut yhtä pitkät).

a)



b)



Ratkaisut:

- a)** - jos piirretty suorakaiteet (tai vastaavat), annetaan 1 p
- jos laskettu sivut 2 m, 4 m ja 6 m (tai vastaavat), annetaan 0,5 p
- laskettu pinta-alat: $2 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 8 \text{ m}^2$ ja $6 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 60 \text{ m}^2$ ja $6 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 30 \text{ m}^2$, annetaan 1,0 p
- laskettu pinta-ala yhteensä 98 m^2 , annetaan 0,5 p
- jos yksikkö puuttuu vastauksesta, vähennetään 1 p (yksikkö vaaditaan siis vain vastauksessa)
- b)** - jos piirretty toinen kolmio (tai muodostettu suorakaide), annetaan 0,5 p
- jos laskettu kolmioiden kannat (3 m), annetaan 0,5 p
- jos laskettu pinta-ala

$$10 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} + 2 \cdot \frac{3 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}}{2} = 65 \text{ m}^2$$

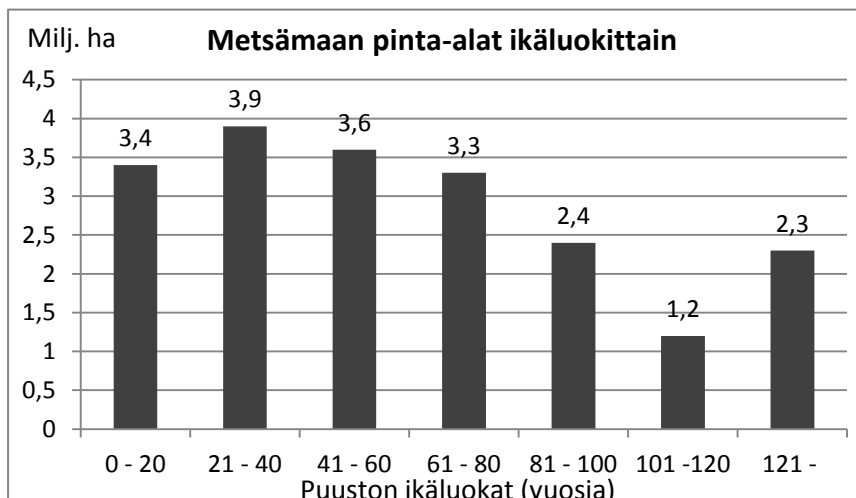
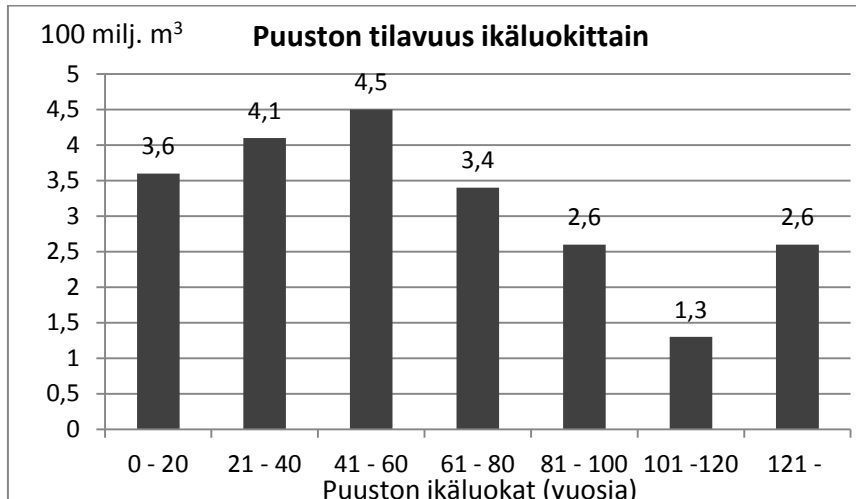
annetaan 2 p

- jos yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5 p
- jos laskettu vain suorakaiteen pinta-ala, annetaan 1 p (ei osattu laskea kolmioiden aloja)

Tehtävä 3.

Ohessa on esitetty maamme metsämaan ja metsiin liittyviä pylväsdiagrammeja valtakunnan metsien inventoinnin (VMI10) tuloksia hyväksi käyttäen. Laske kuvioiden avulla

- maamme metsämaan kokonaispinta-ala hehtaareina,
- maamme metsämaan puuston kokonaistilavuus kuutiometreinä,
- maamme metsämaan puuston tilavuus keskimäärin hehtaaria kohti (m^3/ha).



Ratkaisut:

- jos laskettu metsämaan kokonaispinta-ala ($3,4 + 3,9 + \dots + 2,3$) milj. ha = 20,1 milj. ha, annetaan 1 p, jos yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5 p
- jos laskettu metsämaan puuston kokonaistilavuus $(3,6 + 4,1 + \dots + 2,6) \cdot 100$ milj. m^3 = $22,1 \cdot 100$ milj. m^3 = 2 210 milj. m^3 = 2,21 miljardia m^3 , annetaan 1 p (kaikki kolme vastausta kelpaavat), jos yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5 p
- jos laskettu metsämaan puuston keskimääräinen hehtaariohtainen tilavuus $\frac{2210 \text{ milj. m}^3}{20,1 \text{ milj. ha}} \approx 109,9 \text{ m}^2 / \text{ha} \approx 110 \text{ m}^3 / \text{ha}$, annetaan 1 p (pyöristämätönkin vastaus kelpaa),

jos yksikkö puuttuu, vähennetään 0,5 p

Tehtävä 4.

- a) Astiassa oli 16,0 prosenttista ravinneliuosta, jonka päälle kaadettiin 20,0 litraa 11 prosenttista ravinneliuosta. Astia täyttyi ja liuoksen pitoisuudeksi tuli 12,0 prosenttia. Laske astian tilavuus.
- b) Luomuviljelijä huomasi, että hänen suoramyyntillä myymästään tuotteesta saamat myyntituotot ovat 3 prosenttia pienemmät kuin tuotteen tuotantokustannukset. Kuinka monta prosenttia viljelijän on saatava tuotteen myyntituottoja kasvatettua, jotta hän saisi myyntituotot 5 prosenttia suuremmiksi kuin tuotantokustannukset, kun tuotantokustannukset samalla nousevat 5 prosenttia?

Ratkaisut:

a)	Liuksen määrä	%	Liunneen aineen määrä
	x	16	0,16x
	20	11	2,2
	20 + x	12	0,16x + 2,2

$$\begin{aligned}0,12(20 + x) &= 0,16x + 2,2 \text{ (tästä tai vastaavasta annetaan 2 p)} \\0,12 \cdot 20 + 0,12x &= 0,16x + 2,2 \\2,4 + 0,12x &= 0,16x + 2,2 \\- 0,04x &= - 0,2 \\x &= 5 \text{ (tästä annetaan 0,5 p)}\end{aligned}$$

- jos laskettu astian tilavuus $20 \text{ l} + 5 \text{ l} = 25 \text{ l}$, annetaan vielä 0,5 p
 - jos litra puuttuu vastauksesta, vähennetään 0,5 p
 - jos laskettu oikein ilman yhtälöä, annetaan 3 p
 - jos laskettu esim. $0,11 \cdot 20 \text{ l} = 2,2 \text{ l}$ (annetaan 0,5 p ilman litrojakin)
- b) - tuotantokustannukset alussa: $100a \text{ €}$ (tästä annetaan 0,5 p, riittää käyttää arvona sataa)
- myyntituotot alussa: $97a \text{ €}$ (tästä annetaan 0,5 p)
 - myyntituotot lopussa: $1,05 \cdot 1,05 \cdot 100a \text{ €} = 110,25a \text{ €}$ (tästä annetaan 0,5 p)
 - korotusprosentti:

$$100 \cdot \frac{110,25a \text{ €} - 97a \text{ €}}{97a \text{ €}} \% \approx 13,66\% \text{ (tästä tai vastaavasta annetaan 1,5 p)}$$

- jos vastauksesta puuttuu prosenttimerkki, vähennetään 0,5 p (euroja ei vaadita laskuissa)
- jos laskettu oikein muulla tavalla pisteytys vastaavasti

Tehtävä 5.

a) Ratkaise oheisesta kaavasta suureen b arvo, kun $a = 3$, $h = 8$ ja $r = 2$

$$h = \frac{\pi r^2}{2a + b}.$$

b) Nurmen kuiva-aineen määrän (tn/ha) kehitystä voidaan kuvata seuraavalla mallilla (funktiolla) $M(t) = M_0 : (1 + ae^{-bt})$, missä muuttuja t on aika vuorokausina. Piirrä mallin kuvaaja, kun muuttujan t arvot vaihtelevat välillä $0 - 60$. Lisäksi $M_0 = 4,8$, $a = 10$ ja $b = 0,1$ sekä $e \approx 2,718$ (e^x löytyy myös laskimesta).

Ratkaisut:

a) – ensin tehty sijoitukset ja sitten ratkaistu tai toisinpäin

$$8 = \frac{\pi \cdot 2^2}{2 \cdot 3 + b} \quad (\text{tästä annetaan } 0,5 \text{ p})$$

$$8 = \frac{4\pi}{6 + b} \cdot (6 + b)$$

$$8(6 + b) = 4\pi \quad (\text{tästä tai vastaavasta annetaan } 0,5 \text{ p})$$

$$48 + 8b = 4\pi$$

$$8b = 4\pi - 48 \quad (\text{tästä tai vastaavasta annetaan } 0,5 \text{ p})$$

$$b = \frac{4\pi - 48}{8} \quad (\text{tästä tai vastaavasta annetaan } 0,5 \text{ p})$$

$$b = \frac{\pi - 12}{2} \text{ tai } \frac{\pi}{2} - 6 \quad (\text{tästä annetaan } 1 \text{ p, likiarvokin kelpaa})$$

b) - tehty sijoitukset $M(t) = \frac{M_0}{1 + ae^{-bt}} = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1t}}$, tästä annetaan 0,5 p

- laskettu M :n arvoja eräillä t :n arvoilla

$$t = 0, \quad M(0) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 0}} \approx 0,43636$$

$$t = 10, \quad M(10) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 10}} \approx 1,0259$$

$$t = 20, \quad M(20) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 20}} \approx 2,0396$$

$$t = 30, \quad M(30) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 30}} \approx 3,2045$$

$$t = 40, M(40) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 40}} \approx 4,0569$$

$$t = 50, M(50) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 50}} \approx 4,4970$$

$$t = 60, M(60) = \frac{4,8}{1 + 10e^{-0,1 \cdot 60}} \approx 4,6839, \text{ näistä annetaan 1 p (jos kolmekin oikein, yksiköitä ei vaadita)}$$

- piirretty kuvaaja oikein, annetaan 1,5 p (pelkät pisteet merkitty, annetaan 1 p, akseleita ei nimetty, annetaan 1 p)

